

Badania operacyjne: teoria

Wprowadzenie do badań operacyjnych

Badania operacyjne (ang. *Operations Research*) to interdyscyplinarna dziedzina nauki zajmująca się tworzeniem i analizą modeli matematycznych wspomagających podejmowanie optymalnych decyzji w złożonych systemach. Powstała w odpowiedzi na potrzeby efektywnego zarządzania zasobami i procesami, zwłaszcza w kontekście militarnym podczas II wojny światowej, a obecnie znajduje zastosowanie w wielu obszarach, takich jak przemysł, logistyka, ekonomia czy zarządzanie.

Celem badań operacyjnych jest dostarczenie narzędzi umożliwiających:

- identyfikację i precyzyjne sformułowanie problemów decyzyjnych,
- opracowanie modeli matematycznych odzwierciedlających rzeczywiste sytuacje,
- analizę tych modeli w celu znalezienia optymalnych lub zadowalających rozwiązań,
- wdrożenie i monitorowanie wybranych rozwiązań w praktyce.([sylabus.uj.edu.pl][1])

Podstawowe pojęcia

Model matematyczny – uproszczony opis rzeczywistego systemu lub procesu, wyrażony za pomocą równań, nierówności i funkcji celu. Modele te pozwalają na analizę i optymalizację zachowań systemów.

Zmienna decyzyjna – wielkość, której wartość jest ustalana w procesie podejmowania decyzji, np. ilość produkowanych jednostek produktu.

Funkcja celu – matematyczne wyrażenie opisujące cel optymalizacji, którym może być maksymalizacja zysku, minimalizacja kosztów, czasu czy ryzyka.

Ograniczenia (warunki brzegowe) – zbiór równań lub nierówności, które określają dopuszczalne wartości zmiennych decyzyjnych, wynikające z dostępnych zasobów, technologii czy innych uwarunkowań.

Rozwiązanie dopuszczalne – zestaw wartości zmiennych decyzyjnych spełniających wszystkie ograniczenia modelu.

Rozwiązanie optymalne – rozwiązanie dopuszczalne, które prowadzi do najlepszego możliwego wyniku funkcji celu.

Etapy badań operacyjnych

1. **Definicja problemu** – dokładne określenie celu analizy i identyfikacja kluczowych elementów systemu.

2. **Budowa modelu** – przekształcenie problemu rzeczywistego w model matematyczny, uwzględniający zmienne decyzyjne, funkcję celu i ograniczenia.

3. **Rozwiązanie modelu** – zastosowanie odpowiednich metod matematycznych do znalezienia rozwiązania optymalnego.
4. **Weryfikacja modelu** – sprawdzenie, czy model adekwatnie odzwierciedla rzeczywistość i czy rozwiązanie jest praktycznie wykonalne.
5. **Implementacja rozwiązania** – wdrożenie wybranego rozwiązania w praktyce i monitorowanie jego efektywności.

Zastosowania badań operacyjnych

Badania operacyjne znajdują zastosowanie w wielu dziedzinach, takich jak:

- **Logistyka i transport** – optymalizacja tras, zarządzanie flotą, planowanie dostaw.
- **Produkcja** – planowanie produkcji, zarządzanie zapasami, harmonogramowanie zadań.
- **Finanse** – optymalizacja portfela inwestycyjnego, zarządzanie ryzykiem.
- **Służba zdrowia** – alokacja zasobów, planowanie personelu, optymalizacja procesów medycznych.
- **Zarządzanie projektami** – harmonogramowanie, alokacja zasobów, analiza ścieżki krytycznej.

Literatura

1. Węglarz, J. (2009). *Badania operacyjne*. Politechnika Poznańska.([sirius.cs.put.poznan.pl][2])
2. Krawczyk, S. (1996). *Badania operacyjne dla menedżerów*. Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu.([logistyka.net.pl][3])
3. Wikipedia. (n.d.). *Badania operacyjne*. Retrieved from [\[https://pl.wikipedia.org/wiki/Badania_operacyjne\]](https://pl.wikipedia.org/wiki/Badania_operacyjne)(https://pl.wikipedia.org/wiki/Badania_operacyjne)

Symbole i wzory matematyczne w badaniach operacyjnych

Badania operacyjne opierają się na precyzyjnym języku matematycznym, który umożliwia modelowanie złożonych problemów decyzyjnych. Poniżej przedstawiono najważniejsze symbole i wzory, które są niezbędne do formułowania i analizowania modeli optymalizacyjnych.

Symbole podstawowe

- **Zmienne decyzyjne:** x_i, y_j – reprezentują ilości, które należy określić w procesie decyzyjnym, np. liczba produktów do wyprodukowania.
- **Parametry:** a_{ij}, b_i, c_j – stałe wartości określające cechy modelu, takie jak zużycie zasobów, dostępność czy zyski jednostkowe.

- **Funkcja celu:** Z – wartość, którą chcemy maksymalizować lub minimalizować, np. zysk, koszt, czas.
- **Ograniczenia:** wyrażone w postaci równań lub nierówności, np. $a_1x_1 + a_2x_2 \leq b_1$, które definiują dopuszczalny obszar rozwiązań.

Operatory matematyczne

- **Dodawanie:** $+$ – suma dwóch wyrażeń.
- **Odejmowanie:** $-$ – różnica między dwoma wyrażeniami.
- **Mnożenie:** $\cdot$ lub brak symbolu – iloczyn dwóch wyrażeń.
- **Dzielenie:** $/$ lub $\div$ – iloraz dwóch wyrażeń.
- **Równość:** $=$ – oba wyrażenia mają tę samą wartość.
- **Nierówności:** $\leq$, $\geq$, $<$, $>$ – relacje porządku między wyrażeniami.
- **Suma:** $\sum$ – operator sumowania, np. $\sum_{i=1}^n x_i$ oznacza sumę wszystkich x_i od $i=1$ do n .
- **Iloczyn:** $\prod$ – operator mnożenia, np. $\prod_{i=1}^n x_i$ oznacza iloczyn wszystkich x_i od $i=1$ do n .

\

Notacja indeksowa

W modelach matematycznych często stosuje się indeksy do oznaczania elementów zbiorów:

- x_i – i -ta zmienna decyzyjna.
- a_{ij} – wartość parametru dla i -tego ograniczenia i j -tej zmiennej.
- b_i – dostępność zasobu w i -tym ograniczeniu.
- c_j – współczynnik funkcji celu dla j -tej zmiennej.

\

Przykładowy model programowania liniowego

Cel: Maksymalizacja funkcji celu Z przy danych ograniczeniach.

$$\begin{aligned} & \text{Maksymalizuj } Z = \sum_{j=1}^n c_j x_j \\ & \text{przy warunkach: } \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i, \quad i = 1, 2, \dots, m \\ & \text{ \& } x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n \end{aligned}$$
 Gdzie: c_j – zmienne decyzyjne.

- c_j – współczynniki funkcji celu.
- a_{ij} – współczynniki ograniczeń.

- b_i – dostępne zasoby.

Przykład zastosowania

Problem: Firma produkuje dwa produkty: A i B. Zysk jednostkowy wynosi odpowiednio 40 zł i 30 zł. Produkcja jednego produktu A wymaga 2 godzin pracy i 3 jednostek surowca, a produktu B – 1 godziny pracy i 2 jednostek surowca. Dostępne zasoby to 100 godzin pracy i 120 jednostek surowca.

Model matematyczny: ([GeeksforGeeks][7])

$$\begin{aligned} & \text{Maksymalizuj } Z = 40x_1 + 30x_2 \\ & \text{przy warunkach: } 2x_1 + x_2 \leq 100 \quad \text{(czas pracy)} \\ & 3x_1 + 2x_2 \leq 120 \quad \text{(surowiec)} \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

Interpretacja: x_1 i x_2 oznaczają liczbę wyprodukowanych jednostek produktów A i B. Celem jest maksymalizacja zysku przy ograniczeniach zasobów.

Literatura

- Węglarz, J. (2009). *Badania operacyjne*. Politechnika Poznańska. ([mimuw.edu.pl][8])
- Krawczyk, S. (1996). *Badania operacyjne dla menedżerów*. Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu.
- Wikipedia. (n.d.). *Badania operacyjne*. Retrieved from [\[https://pl.wikipedia.org/wiki/Badania_operacyjne\]](https://pl.wikipedia.org/wiki/Badania_operacyjne) (https://pl.wikipedia.org/wiki/Badania_operacyjne)

From:
<https://wiki.ostrowski.net.pl/> - Kacper's Wiki

Permanent link:
https://wiki.ostrowski.net.pl/doku.php?id=notatki:badania_operacyjne_teoria&rev=1747400731

Last update: 2025/05/16 15:05